

# Apontamentos aula nº2

Elementos de Física II



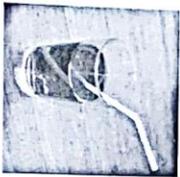
**BETTER MINDS**  
De estudantes para estudantes

A refração da luz (cf. slide 11)

O fenómeno da refração da luz consiste no desvio de uma onda luminosa (ou raio luminoso) quando a luz passa de um meio ótico para outro (ar → água).

Este desvio é ocasionado pela mudança da sua velocidade ao passar de um meio para outro  $\Rightarrow$  velocidades diferentes

Esta mudança de velocidade está relacionada com a alteração do índice de refração  $n$  de cada meio ótico



Não vai poder a deduzir

Vai colocar um objeto sobre este líquido

A lei de Snell para a refração

Determinamos a lei de Snell para a refração, usando o princípio do tempo mínimo de Fermat

$$AA' = AP + PA'; t = t_{AP} + t_{PA'} \quad (\text{eq. 15})$$

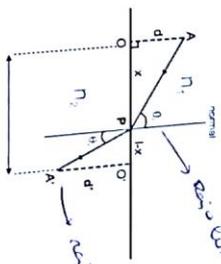
$$t_{AP} = \frac{n_1}{c} AP; t_{PA'} = \frac{n_2}{c} PA' \quad (\text{eq. 16})$$

Considerando a geometria da figura

$$t = \frac{n_1}{c} \sqrt{d^2 + x^2} + \frac{n_2}{c} \sqrt{d^2 + (l-x)^2} \quad (\text{eq. 17})$$

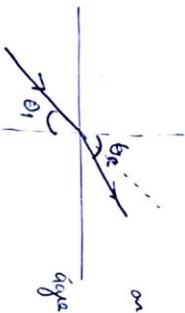
Para determinar o tempo mínimo derivamos  $t$  em ordem a  $x$  tal que

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1}{c} \frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} - \frac{n_2}{c} \frac{(l-x)}{\sqrt{d^2 + (l-x)^2}} = 0 \Rightarrow n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \rightarrow \text{Lei de Snell} \quad (\text{eq. 18})$$



caso de refração

$$n_1 = \frac{c}{v_1}$$



deu como se de o desvio da luz para o ar, a lei de Snell:  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Índice da refração:

$$n_{ar} = \frac{c}{v_{ar}} \rightarrow \text{velocidade da propagação no ar}$$

$$n_{\text{v\u00e1rio}} = \frac{c}{v_{\text{v\u00e1rio}}}$$



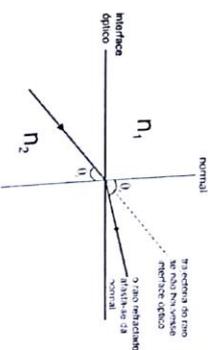
BETTER MINDS

Passagem de um raio luminoso de um meio mais denso para um menos denso

$$n_2 \sin \theta_1 = n_1 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} \approx \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

Se o meio 1 for menos denso que o meio 2, isto é  $n_1 < n_2 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2$

→ O raio refratado afasta-se da normal



$n_1 < n_2 \rightarrow \theta_1 < \theta_2$

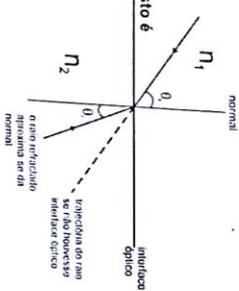
Passagem de um raio luminoso de um meio menos denso para um mais denso

Considerando que os ângulos de incidência ( $\theta_1$ ) e refratado ( $\theta_2$ ) são muito pequenos, (aproximação paraxial) podemos escrever a lei de Snell como

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \approx \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

Se o meio 1 for menos denso que o meio 2, isto é  $n_1 < n_2 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2$

→ O raio refratado aproxima-se da normal



$n_1 < n_2 \rightarrow \theta_1 > \theta_2$

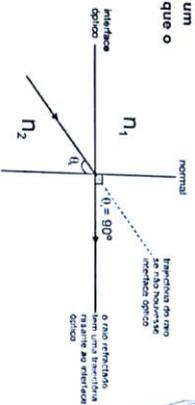
Pensar assim: Quando a luz vem da direção da água para o ar, vai o raio afastar-se da normal

Caso limite: o ângulo crítico

Na passagem de um raio luminoso de um meio mais denso para um meio menos denso pode ocorrer para um ângulo de incidência  $\theta_i = \theta_c$ , que o raio refratado tenha uma trajetória rasante à interface ótica

$$n_2 \sin \theta_c = n_1 \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_c = \arcsin \frac{n_1}{n_2} \quad (\text{eq. 19})$$



Depois do ângulo crítico o raio sofre reflexão → fenômeno de

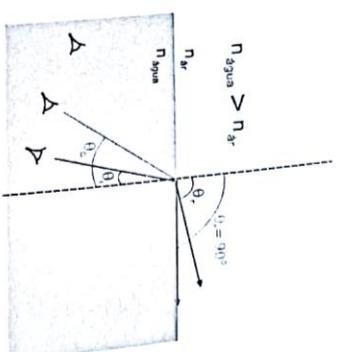
A reflexão interna Total (RIT)

Lei de Snell aplicada ao Interface ótica água - ar

$$n_{\text{água}} \sin \theta_i = n_{\text{ar}} \sin \theta_r$$

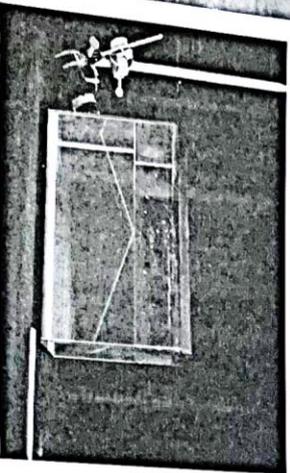
Para ângulos maiores que o ângulo crítico observa-se o fenômeno da RIT

$$\theta_c = \arcsin \left( \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} \right) \quad (\text{eq. 20})$$



BETTER MINDS  
In evolution, your evolution

A teoria geométrica da propagação da luz explica o fenômeno da RIT através da Lei de Snell



Princípio de funcionamento da Fibra Ótica

A refração da luz: a profundidade aparente I

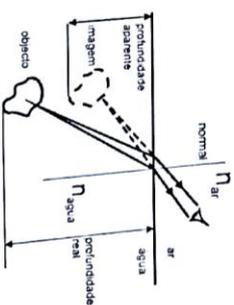
• Devido à refração da luz ocorre o fenômeno da profundidade aparente

• Os raios luminosos provenientes de um objeto imerso na água sofrem um desvio, fazendo com que o observador perceba uma imagem a uma profundidade diferente da profundidade real → parece mais próximo

• Notar que os raios luminosos passam de um meio mais denso para um menos denso (água → ar)

Raios que passam de um meio mais denso (maior índice de refração) para um menos denso (menor índice de refração - n1) sofrem um desvio no sentido de se afastar da normal

Raios que passam de um meio menos denso (menor índice de refração) para um mais denso (maior índice de refração), sofrem um desvio no sentido de se aproximar da normal



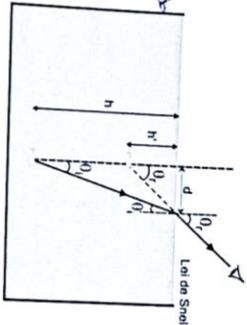
A refração da luz: a profundidade aparente II  
Usando a Lei de Snell e considerando o aproximação paraxial

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{d}{h} \quad \text{e} \quad \operatorname{tg} \theta_2 = \frac{d}{h'} \quad (\text{eq. 21})$$

$$\frac{h'}{h} = \frac{n_1}{n_2} \quad (\text{eq. 22})$$

ou generalizando para dois meios  $n_1$  e  $n_2$

$$\frac{h'}{h} = \frac{n_1}{n_2} \quad (\text{eq. 23})$$



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR  
ELEMENTOS DE FÍSICA II

Refração em interfaces esféricas II

Na figura ao lado temos dois meios óticos. O meio que está sombreado tem maior índice de refração (por ex. ar e vidro). Note que neste caso trata-se de uma superfície côncava.

$$\rightarrow n_2 > n_1$$

Para construir a imagem, aplicamos a lei de Snell no interface ótico esférico, a um dos raios para determinar a imagem, posto que o objeto está sobre o eixo ótico.

Notar que a normal (linha a tracejado) passa pelo centro de curvatura C e coincide com a direção do raio  $r$ .

O raio incidente no ponto da refração passa de um meio menos refringente ( $n_1$ ) para um mais refringente ( $n_2$ ), pelo que o raio refratado vai se aproximar da normal.

O raio refratado intercepta o eixo ótico pelo que a imagem é real.

As imagens formadas por refração em um interface são virtuais quando estão do mesmo lado do objeto e reais quando estão no lado oposto

→ superfícies côncavas

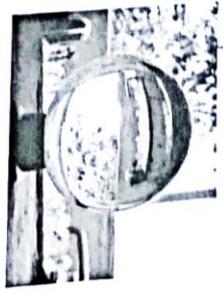
BETTER MINDS

Refração em superfícies esféricas I: o dióptro esférico

Vamos estudar a formação de imagens, pela refração dos raios luminosos entre dois meios transparentes, como o vidro e o ar

A separação entre os dois meios ou interface ótica é uma superfície esférica com centro de curvatura C e raio  $r$

A luz é emitida por um objeto pontual O, que está num meio de índice de refração  $n_1$ , e incide na interface esférica de meio com índice de refração  $n_2$ . Vamos determinar a natureza da imagem após a refração no interface ótico



Nem sempre superfícies côncavas dão imagens reais

UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR  
ELEMENTOS DE FÍSICA II

Refração em interfaces esféricas III

Na figura ao lado temos dois meios óticos. O meio que está sombreado tem maior índice de refração (vidro e ar por ex.). Superfície côncava.

$$\rightarrow n_1 > n_2$$

Para construir a imagem, aplicamos a lei de Snell no interface ótico esférico, a um dos raios para determinar a imagem, posto que o objeto está sobre o eixo ótico.

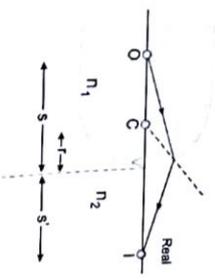
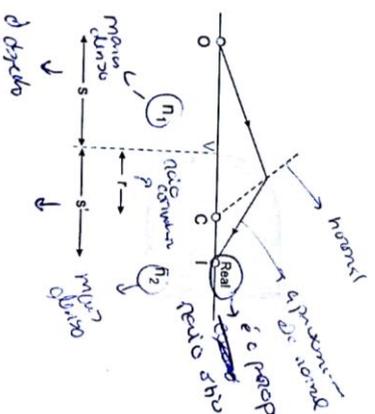
Notar que a normal (linha a tracejado) passa pelo centro de curvatura C e coincide com a direção do raio  $r$ .

O raio incidente no ponto da refração passa de um meio mais refringente ( $n_1$ ) para um menos refringente ( $n_2$ ), pelo que o raio refratado vai se afastar da normal.

O raio refratado intercepta o eixo ótico pelo que a imagem é real.

As imagens formadas por refração em um interface são virtuais quando estão do mesmo lado do objeto e reais quando estão no lado oposto

→ superfícies côncavas



observador vê o um meio convexo

Quando o objeto está em frente de uma superfície convexa r é positivo. Quando o objeto está em frente de uma superfície côncava r é negativo.

**A equação do dioptrio esférico I**

O objeto pontual emite um raio luminoso que é refratado no interface.  
→ Lei de Snell, →  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

Aproximação paraxial → os ângulos  $\alpha, \theta_1$  e  $\theta_2$  são muito pequenos  
 $n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$  (eq. 24)

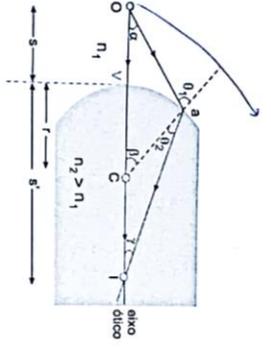
O ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos  
Opostos (cf. slide 32). Aplicando aos triângulos OAC e AOC

$\theta_1 = \alpha + \beta$   $\beta = \theta_2 + \gamma$  (eq. 25)

$\theta_1 = \theta_2 \frac{n_2}{n_1}$   $\theta_2 \frac{n_2}{n_1} = \alpha + \beta \rightarrow \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} (\alpha + \beta)$

$\beta = \frac{n_1}{n_2} (\alpha + \beta) + \gamma \rightarrow n_2 \beta = n_1 \alpha + n_1 \beta + n_2 \gamma \rightarrow n_2 \beta - n_1 \beta = n_1 \alpha + n_2 \gamma$

$\rightarrow (n_2 - n_1) \beta = n_1 \alpha + n_2 \gamma$  (eq. 26)



Quilquer arco:  $S = R \sin \alpha$   
ângulo pequeno

Santiago Beiras Cortes, 2022, 2023



**BETTER MINDS**

**Propriedades focais das superfícies refrativas esféricas I**

Na aproximação paraxial, um feixe de raios paralelos que incide num meio ótico, significa que são raios luminosos emitidos por um objeto que está situado no infinito (na prática muito distante).

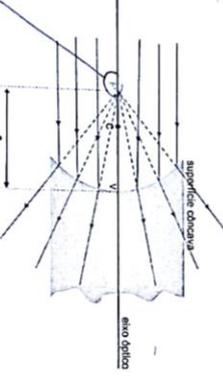
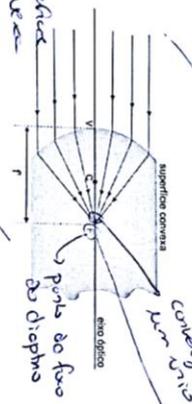
Estes raios são refratados pelo dioptrio de forma a convergirem num único ponto situado no eixo ótico: o ponto focal secundário (F')

A distância entre o vértice e o foco denomina-se distância focal secundária (f')

Estes pontos focais podem ser reais ou virtuais

$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \rightarrow \frac{n_2}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$  (eq. 29)

Quando  $s = \infty$   
→ muito afastado  
→ pontos focais convergem  
para o foco principal  
distância imagem  
vai ser:  
 $s' = f$



superfície convexa  
eixo ótico  
superfície côncava  
eixo ótico  
ponto do foco do dioptrio  
convergência para um único ponto  
o eixo do eixo ótico  
virtuais distantes

**A equação do dioptrio esférico II**

O passo seguinte consiste em relacionar o arco  $\alpha V$  com os ângulos  $\alpha, \theta_1$  e  $\theta_2$

$\alpha V = \alpha \theta_1 - \alpha \theta_2 = \alpha V \theta_1 - \alpha V \theta_2$

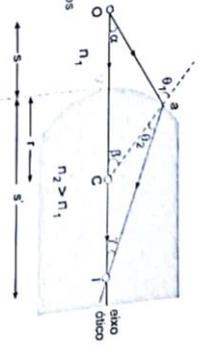
$\alpha = \frac{\alpha V}{s}$   $\beta = \frac{\alpha V}{r}$   $\gamma = \frac{\alpha V}{s'}$  (eq. 27)

Substituindo os valores dos ângulos dados pela eq. 27 na eq. 26 obtemos

$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$  (eq. 28)

Equação do dioptrio esférico

Convenção: A distância objeto s é sempre positiva. A distância imagem s' é positiva para imagens reais e negativa para imagens virtuais.



Quando o objeto está em frente de uma superfície convexa r é positivo. Quando o objeto está em frente de uma superfície côncava r é negativo.

Santiago Beiras Cortes, 2022, 2023

**Propriedades focais das superfícies refrativas esféricas II**

Na aproximação paraxial, um feixe de raios paralelos que emerge num dioptrio, significa que são raios luminosos que vão formar imagem no infinito.

Estes raios são resultado da refração de um conjunto de raios provenientes de um único ponto situado no eixo ótico: o primeiro ponto focal (F) ou foco principal

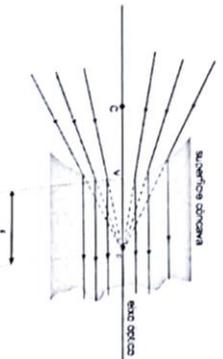
A distância entre o vértice e o foco denomina-se distância focal principal (f)

Estes pontos focais podem ser reais ou virtuais

$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \rightarrow \frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R}$  (eq. 30)

É comum definir a quantidade:  
 $P = \frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R}$  (eq. 31)

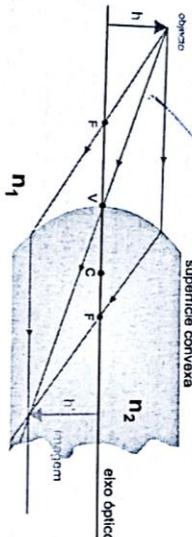
$P = \frac{1}{f} \rightarrow$  (D)  
→ dioptrias



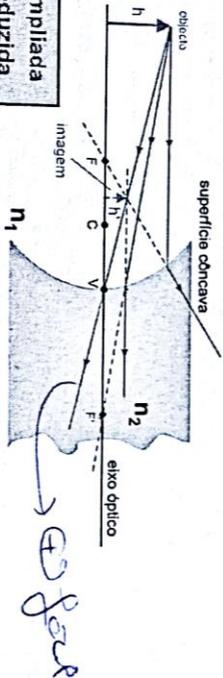
UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR  
 ELEMENTOS DE FÍSICA II

**Traçado de raios em superfícies refrativas esféricas**

1. O raios que incidem no dioptró paralelos ao eixo ótico emergem passando pelo segundo ponto focal ( $F'$ ).
2. O prolongamento de raios que emergem do dioptró paralelos ao eixo passam pelo primeiro ponto focal ( $F$ ).
3. Raios que incidem no dioptró passando pelo vértice emergem do dioptró sem sofrer desvio.



*Real*



$m > 1 \rightarrow$  imagem ampliada  
 $m < 1 \rightarrow$  imagem reduzida  
 $m = 1 \rightarrow$  ampliação unitária

A relação entre as alturas da imagem e objeto é denominada ampliação lateral  $m$

$$|m| = \frac{h'}{h} \quad (\text{eq. 32})$$

$$m = \frac{n_1 s'}{n_2 s} \quad (\text{eq. 33})$$

*importante*

*têm em conta os meios*

*involve os 2 índices de refração*

*Real é*

*imagem*